



OPERAÇÃO ÓTIMA DE SISTEMAS URBANOS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Alberto L. Francato

Paulo S. F. Barbosa

Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, DRH
Cx. P. 6021 - CEP 13.083-970, Campinas, SP, Brasil

***Resumo.** O manejo otimizado dos sistemas urbanos de abastecimento de água é um fator fundamental para o bem estar da sociedade. Estes sistemas vêm apresentando um crescimento elevado da demanda, extrapolando as previsões e a capacidade de oferta do produto água a um nível satisfatório de qualidade, não somente referente à qualidade química, física e bacteriológica, mas também na qualidade quanto à frequência no atendimento à demanda. Justifica-se deste modo o desenvolvimento e aplicação de modelagens matemáticas para a obtenção de políticas de planejamento otimizadas para uma gestão moderna e adequada do recurso hídrico. Apresenta-se um modelo de otimização para operação de sistemas de abastecimento de água, o qual faz uso da programação linear com procedimentos iterativos para contornar problemas de não linearidade. A rotina de otimização utilizada é o MINOS 5.1. Para demonstrar a aplicabilidade e funcionalidade do modelo proposto, apresentam-se os resultados do mesmo para uma rede hidráulica contendo reservatórios, “boosters”, válvulas controladoras de vazão e tubulações.*

***Palavras-chave:** Otimização de sistemas, Redes hidráulicas, Abastecimento de água.*

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento urbano sustentável está diretamente condicionado à disponibilidade de água. O crescimento rápido da população urbana e da industrialização está submetendo os recursos hídricos em muitas cidades a graves pressões. Deste modo, faz-se necessário dedicar atenção especial aos efeitos crescentes da urbanização sobre a demanda e o consumo de água, exigindo uma revisão do papel das autoridades públicas na gestão do abastecimento de água. (Ormsbee, 1995) assinala que o aumento nos níveis de urbanização e a conseqüente demanda por água potável tornou a operação dos sistemas de distribuição uma tarefa bastante complexa. O intenso processo de urbanização nas últimas décadas, tem exigido dos serviços públicos de abastecimento de água grandes esforços no âmbito técnico, organizacional e financeiro, na tentativa de atender à demanda. Segundo (Cabrera, 1997), para que se consigam bons resultados em planejamento de recursos hídricos deve-se conciliar: uma boa ação política, um conhecimento adequado de ferramentas de engenharia e uma coordenação entre ambas as

atuações. Diante desta problemática percebe-se a necessidade de aplicação e desenvolvimento de metodologias que procurem minimizar estes efeitos, juntamente com a minimização dos déficits de atendimento à população, garantindo compreensão sistêmica do conjunto de elementos e funções de um sistema de abastecimento urbano de água. Tal tarefa vem sendo conseguida em muitos países com os recursos da pesquisa operacional.

2. REVISÃO DE LITERATURA

A aplicação de análise de sistemas na engenharia de recursos hídricos é um campo relativamente novo e vem se desenvolvendo paralelamente ao desenvolvimento dos recursos computacionais, pois os grandes sistemas necessitam de análises complexas, envolvendo muitas variáveis, praticamente impossíveis de serem feitas sem o uso de algoritmos matemáticos, implementados dentro de um programa computacional. (Simonovic, 1998) salienta que o uso de recursos da análise de sistemas em contrapartida às ferramentas tradicionais geralmente conduzem a uma melhora substancial em projetos, planejamento e operação de sistemas. É comum encontrar-se ganhos de até 30%, que traduz uma enorme economia nos grandes empreendimentos, na ordem de dezenas ou centenas de milhões de dólares. As decisões num problema são representadas pelas variáveis de decisão. Deste modo, a medida do desempenho do modelo é função das variáveis de decisão, conhecida como função objetivo. Para a aplicação de uma modelagem matemática em um problema, faz-se necessário o estabelecimento de relações lógico-matemáticas, a fim de tornar um problema físico em um problema matemático.

Nos últimos anos, as técnicas de pesquisa operacional vêm ganhando papel de destaque na análise dos sistemas de recursos hídricos, pois possibilitam uma modelagem mais realista dos problemas, viabilizando a solução em microcomputadores. Dentre as técnicas de pesquisa operacional para o gerenciamento de sistemas pode-se destacar a programação linear, a programação dinâmica, a simulação e a otimização de fluxo em redes. Conforme (Yang, 1996), entre os trabalhos realizados com aplicação da pesquisa operacional em recursos hídricos, há uma preferência pela programação linear que pode ser explicada devido a algumas vantagens, tais como: adequação para o tratamento de problemas de grandes dimensões, obtenção de ótimos globais, não necessidade de uma política inicial e grande número de sub-rotinas já disponíveis. Para problemas de não-linearidades, é possível contorná-las fazendo uso de processos iterativos. Segundo (Barbosa, 1997) sob certas hipóteses e com procedimentos iterativos, pode-se empregar a programação linear na solução de problemas que incluem relações não lineares. (Kessler, 1989) menciona que o problema com equações não lineares pode ser resolvido em dois estágios, onde num primeiro estágio parte das variáveis são consideradas constantes e outras são resolvidas pelo algoritmo de PL; no segundo estágio é empregado uma técnica de procura, com troca do restante das variáveis. Os estágios são repetidos iterativamente até que a solução ótima seja atingida segundo algum critério de convergência. Com esta decomposição o problema torna-se linear e a programação linear pode ser aplicada com sucesso.

Na literatura é possível encontrar várias experiências bem sucedidas com a aplicação de técnicas de pesquisa operacional na tentativa de redução de custos operacionais em sistemas de distribuição de água. Em Austin, Texas, (Brion, 1991) testou um modelo de otimização e simulação, conseguindo com uma política otimizada de bombeamento ótimo uma redução de 17,3% no custo operacional que vinha sendo realizado até então (modelo PMPOPR - Pump Operation). (Ormsbee, 1995) aplicou um algoritmo de otimização em Washington e obteve resultados significativos com a política fornecida pelo modelo, observando uma redução de 6,9% nos custos com energia elétrica.

3. DESENVOLVIMENTO DO MODELO COMPUTACIONAL

O modelo desenvolvido neste trabalho aplica uma metodologia apropriada para o cálculo de redes hidráulicas utilizando-se da programação linear e fazendo uso de procedimentos iterativos para contornar problemas de não linearidade presentes nas equações que regem os sistemas (redes hidráulicas).

As redes hidráulicas são constituídas por vários elementos, cada qual com a sua respectiva função. Dentre estes elementos pode-se citar: as tubulações, os reservatórios, os boosters e as válvulas para o manejo da rede. As bombas são utilizadas nas redes hidráulicas como boosters, ou seja, são elementos que garantem uma pressão adequada, para uma dada vazão requerida, possibilitando deste modo a operação do sistema.

A operação de um “booster” dentro de uma rede hidráulica torna-se difícil, uma vez que o sistema apresenta variações na demanda, fazendo com que o booster tenha que operar sob diversas condições de vazão e altura manométrica. (Lencastre, 1987) apresenta o equacionamento das curvas “Descarga - Altura de Elevação e Rotação”, sob a forma:

$$H = a.n^2 + b.n.Q + c.Q^2 \quad (1)$$

(Francato, 1998) analisa os parâmetros de curvas manométricas de bombas hidráulicas (C_0, C_1, C_2) substituindo seus termos na equação apresentada por (Lencastre, 1987), obtendo de uma equação do 2º grau a sua raiz positiva que representa a rotação requerida para que a bomba atenda a carga manométrica e a vazão de funcionamento. A raiz da equação é mostrada a seguir:

$$n = \frac{n_n}{2.C_0} \left((-C_1.Q_X) + \sqrt{(-C_1.Q_X)^2 - (4.C_0.C_2.Q_X^2) + (4.C_0.H_X)} \right) \quad (2)$$

As válvulas de controle também necessitam ser equacionadas, pois elas são os elementos de controle que garantem a vazões especificadas pelo modelo. O equacionamento da mesma pode ser visto de forma detalhada em (Francato, 1998). Para a relação entre a abertura da válvula e o respectivo coeficiente de perda de carga localizada, utilizou-se o ábaco número 64 obtido em (Levin, 1968), conforme a Figura 1.

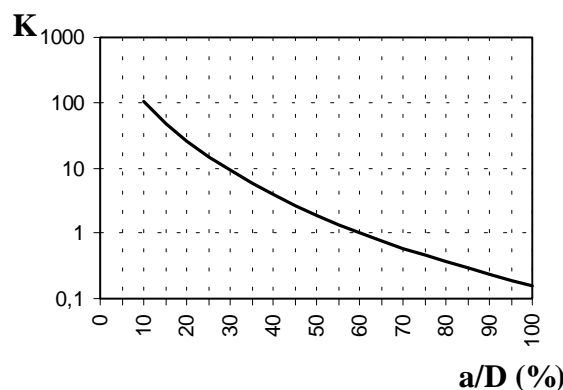


Figura 1 - Relação entre a porcentagem de abertura da válvula (a/D) e o coeficiente K
Fonte: adaptada de Levin (1968)

3.1 Equacionamento do modelo matemático

Função Objetivo. A formulação adotada apresenta uma função objetivo que procura minimizar a vazão bombeada no booster, otimizando os gastos com energia elétrica, lembrando que outras funções objetivo podem ser escolhidas.

$$F_{obj} = P(j).QT(j,t) \quad (3)$$

3.2 Restrições e equações auxiliares

Variação (temporal) da carga $HR(k,t)$ nos reservatórios. Para o cálculo da variação dos níveis dos reservatórios as vazões são transformadas em variação dos níveis dos reservatórios, multiplicando-se pelo número de segundos de uma hora (3600s) e dividindo-se pela seção da base do reservatório prismático (SB(k)).

$$HRN(k,t) = HR(k,t) + [QA(k,t) - QT(k,t) - QV(k,t)] \times 3600 / SB(k) \quad (4)$$

$$HR(k,t+1) = HRN(k,t) \quad (5)$$

Manutenção de carga no reservatório entre valor máximo e mínimo.

$$HRMIN(k) \leq HRN(k,t) \leq HRMAX(k) \quad (6)$$

Balço de fluxos (vazões) $QT(j,t)$ nos nós (Equação da continuidade).

$$\sum_{j=1}^m a(j,i) \times QT(j,t) = QDR(i,t) \quad (7)$$

$$QDR(i,t) = C(t) \times QD(i) \quad (8)$$

Cálculo da perda de carga em cada trecho da rede.

$$PC(j,t) = FPC(j,t) \times QT(j,t) \quad (9)$$

$$FPC(j,t) = \frac{8 \times f(j,t) \times L(j) \times QT_{ant}(j,t)}{\pi^2 \times D(j)^5 \times g} \quad (10)$$

A variável FPC(j,t) é uma constante associada à perda de carga ocorrida no trecho, determinada pela fórmula universal, sendo o valor do fator de atrito obtido pela fórmula de Colebrook-White.

A simplificação adotada para tratar das não linearidades consiste em desacoplar o termo quadrático das vazões em cada trecho $QT^2(j,t)$ em duas parcelas: $QT(j,t)$ e $QT_{ant}(j,t)$. O valor de $QT_{ant}(j,t)$ sempre será conhecido, uma vez que ele é assumido como igual ao valor da iteração anterior para o mesmo trecho.

Cálculo da carga total em cada nó a partir do nó de montante.

$$HN(i,t) = HN(iL,t) - PC(j,t) + XHN(i,t) + HMB(j,t) - DP(j,t) \quad (11)$$

$$HMBI(j) \leq HMB(j,t) \leq HMBS(j) \quad (12)$$

Manutenção de pressões máximas e mínimas nos nós da rede.

$$CPMIN(i) \leq HN(i,t) \leq CPMAX(i) \quad (13)$$

$$CPMIN(i) = CG(i) + NPMIN(i) \quad (14)$$

$$CPMAX(i) = CG(i) + NPMAX(i) \quad (15)$$

Manutenção de velocidades mínimas e máximas nas tubulações da rede.

$$-VLSUP(j) \leq QT(j,t) \leq VLSUP(j) \quad (16)$$

$$VLSUP(j) = ST(j) \times VMAX \quad (17)$$

O valor da vazão pode variar entre um valor negativo e positivo, pois pode ocorrer uma inversão no sentido do fluxo.

Intervalo de variação de rotação da bomba.

$$NRMIN(t) \leq n(t) \leq NRMAX(t) \quad (18)$$

$$n(t) = \frac{n_n}{2.C_0} \left((-C_1 \cdot QT(j,t)) + \sqrt{(-C_1 \cdot QT(j,t))^2 - (4.C_0 \cdot C_2 \cdot QT^2(j,t)) + (4.C_0 \cdot HMB(j,t))} \right) \quad (19)$$

Cálculo da abertura das válvulas de controle.

$$X(v,t) = \frac{Z_1(v,t) - \text{Log}(K(v,t))}{Z_2(v,t)} \quad (20)$$

$$K(v,t) = \frac{DP(j,t) \cdot \pi^2 \cdot D^4(j) \cdot g}{8 \cdot QT^2(j,t)} \quad (21)$$

onde:

- $a(j,i)$: valor (+1) se a vazão $QT(k,t)$ chega ao nó i e, (-1) se sai do nó i ;
- $C(t)$: Coeficiente de distribuição da demanda ao longo do dia, proveniente da curva de demanda;
- C_0 : Constante da curva da bomba;
- C_1 : Constante da curva da bomba;
- C_2 : Constante da curva da bomba;
- $CG(i)$: Cota geométrica do nó i ;
- $CPMAX(i)$: Cota piezométrica máxima no nó i (m);
- $CPMIN(i)$: Cota piezométrica mínima no nó i (m);
- $D(j)$: Diâmetro do trecho j (m);

$DP(j, t)$:	Perda de carga concentrada na válvula no trecho j no período t (m);
$f(j, t)$:	Fator de atrito para cálculo da perda de carga na fórmula universal;
$FPC(j, t)$:	Fator para cálculo da perda de carga no trecho j e período t (m);
g	:	Aceleração da gravidade (m/s^2);
$HMB(j, t)$:	Carga adicionada pela bomba no trecho j no período t (m);
$HMBI(j)$:	Carga mínima adicionada pela bomba no trecho j (m);
$HMBS(j)$:	Carga máxima adicionada pela bomba no trecho j (m);
$HN(i, t)$:	Carga no nó i ao final do período t (m);
$HN(i1, t)$:	Carga no nó $i1$ (imediatamente a montante) ao final do período t (m);
$HR(k, t)$:	Nível do reservatório k no início do período t (m);
$HRMAX(k)$:	Nível máximo operacional do reservatório k (m);
$HRMIN(k)$:	Nível mínimo operacional do reservatório k (m);
$HRN(k, t)$:	Nível do reservatório k ao final do período t (m);
i	:	Contador dos nós da rede hidráulica;
$i1$:	nó imediatamente a montante do nó i , caminhando sobre o trecho j ;
j	:	Contador dos trechos da rede hidráulica;
k	:	Contador dos reservatórios da rede hidráulica;
$K(v, t)$:	Coefficiente de perda de carga localizada para a válvula v no período t ;
$L(j)$:	Comprimento do trecho j (m);
$n(t)$:	Rotação de operação da bomba no período t (rpm);
n_n	:	Rotação normal de operação da bomba (rpm);
$NPMAX(i)$:	Nível máximo de pressão disponível no nó i (m);
$NPMIN(i)$:	Nível mínimo de pressão disponível no nó i (m);
$NRMAX(t)$:	Rotação máxima da bomba no período t (rpm);
$NRMIN(t)$:	Rotação mínima da bomba no período t (rpm);
$PC(j, t)$:	Perda de carga no trecho j e período t (m);
$QA(k, t)$:	Vazão aduzida ao k (m^3/s);
$QD(i)$:	Vazão média de demanda no nó i (m^3/s);
$QDR(i, t)$:	Vazão de demanda no nó i no período t (m^3/s);
$QT(k, t)$:	Vazão retirada do reservatório k (m^3/s);
$QT(j, t)$:	Vazão do trecho j no período t (m^3/s);
$QT_{ant}(j, t)$:	Vazão do trecho j no período t na iteração anterior (m^3/s);
$QV(k, t)$:	Vazão extravasada do reservatório k (m^3/s);
$SB(k)$:	Área da base do reservatório prismático k ;
$ST(j)$:	Seção transversal do tubo no trecho j (m^2);
t	:	Contador do número de períodos do horizonte de 24 horas;
v	:	Contador do número de válvulas de controle da rede hidráulica;
$VLSUP(j)$:	Vazão máxima no trecho j (m^3/s);
$VMAX$:	Velocidade máxima admitida nos trechos;
$XHN(i, t)$:	Diferença no requisito mínimo de pressão no nó i no período t (m);
$X(v, t)$:	Porcentagem de abertura da válvula de controle v no período t (%);
$Z_1(v, t)$:	Coefficiente obtido da curva de abertura da válvula;
$Z_2(v, t)$:	Coefficiente obtido da curva de abertura da válvula;

3.3 Aplicação do modelo

Para a realização dos testes com a formulação desenvolvida utilizou-se de uma rede de pequeno porte contendo 10 nós, 12 ramos, dois reservatórios, duas válvulas de controle e um booster. A seguir apresenta-se na Figura 2 uma visualização esquemática da rede selecionada para estudo e nas Tabelas 1 e 2 os dados físicos da rede.

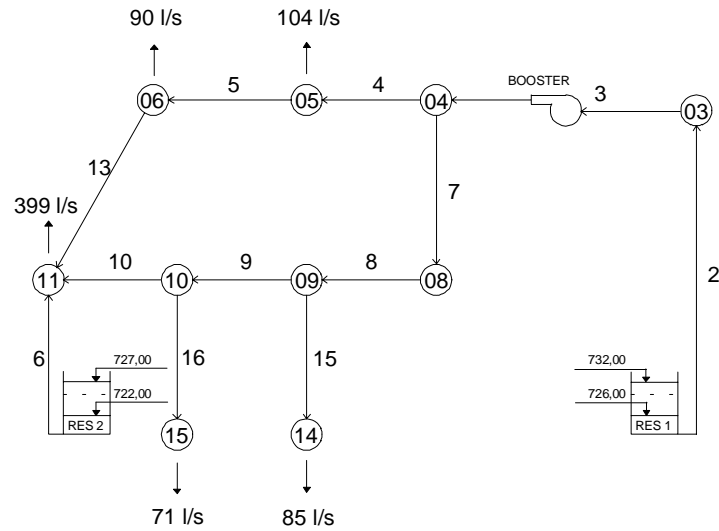


Figura 2 - Esquema geral da rede hidráulica analisada

Tabela 1 - Dados referentes aos ramos da rede selecionada para estudo

Número do Trecho	Comprimento (m)	Diâmetro (mm)
02	100	450
03	500	400
04	500	450
05	550	450
06	100	400
07	800	450
08	500	450
09	550	400
10	500	400
13	900	400
15	200	350
16	200	350

Tabela 2 - Dados referentes aos nós da rede selecionada para estudo

Número do Nó	Cota Geométrica (m)	Vazão de demanda (m ³ /s)
03	715.00	0
04	720.00	0
05	714.00	0.104
06	713.00	0.090
08	717.00	0
09	715.00	0
10	710.00	0
11	716.00	0.399
14	713.00	0.085
15	707.00	0.071

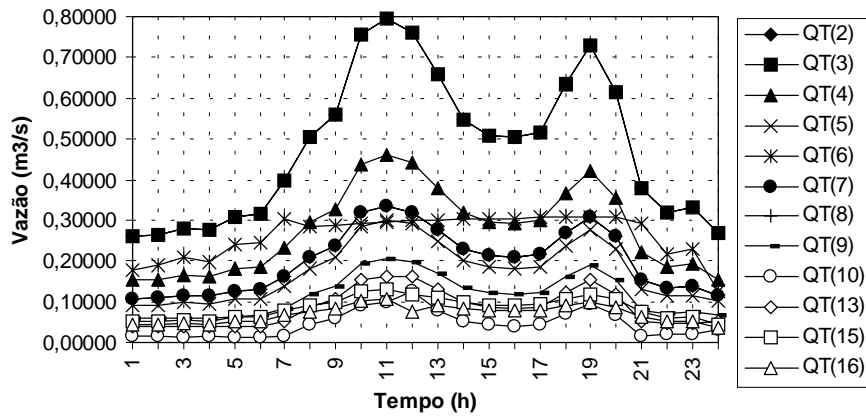


Figura 3 - Vazões ótimas em cada ramo da rede para o horizonte de 24 horas

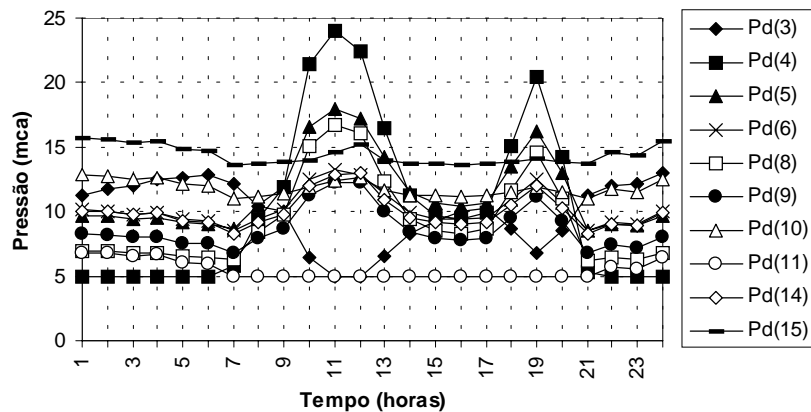


Figura 4 - Pressões ótimas em cada nó da rede para o horizonte de 24 horas

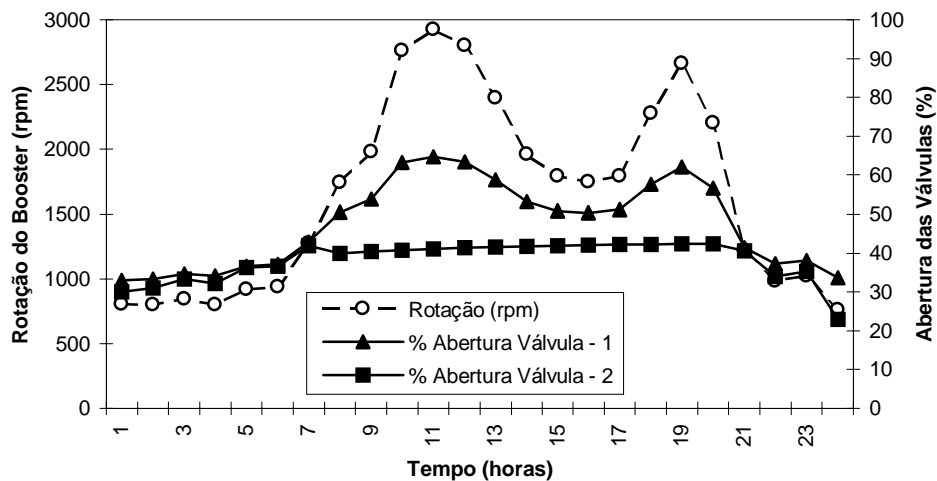


Figura 5 - Abertura das válvulas de controle e rotação de operação do booster

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para um procedimento de análise, optou-se por descrever a política tomada pelo modelo, fazendo uma análise crítica das decisões tomadas. Nota-se nos gráficos anteriores que a pressão disponível no nó 4 fica em seu patamar mínimo até a sexta hora. A partir da sexta hora “não atendendo a condição de minimização da vazão bombeada”, porém com maiores vazões a perda de carga é maior, e para que haja o atendimento do requisito mínimo de pressão no nó 11 faz-se necessário aumentar a carga manométrica oferecida pelo booster.

Verifica-se ainda que a partir da sétima hora até a vigésima primeira hora o nó 11 trabalha em níveis mínimos de pressão disponível (5mca) e esta condição limita a vazão máxima a ser liberada pelo reservatório dois, pois maiores vazões implicam em uma maior perda de carga e assim dificulta-se o atendimento da restrição de pressão mínima no nó 11.

Pode-se observar ainda que a vazão no trecho 6 aumenta da oitava hora até a vigésima hora, conseqüentemente, aumenta-se a perda de carga gradativamente e isto é contrabalanceado pelo aumento gradativo no nível do reservatório dois.

Do gráfico de pressões disponíveis verifica-se que seria possível liberar mais água do reservatório dois fazendo-o trabalhar num patamar mínimo de pressão no nó 11 (5mca) (gargalo), porém uma maior liberação de água no reservatório dois implica em uma menor liberação de água no reservatório um e deste modo uma menor perda de carga nos trechos subsequentes ao reservatório um, o que levaria a um não equilíbrio de energia no nó 11.

5. CONCLUSÕES

Apresentou-se neste trabalho um modelo para otimização da operação de redes hidráulicas de abastecimento, bem como os resultados de sua aplicação em uma rede. Os resultados fornecidos pelo modelo evidenciam o quanto é interessante a aplicação de uma abordagem multiobjetivo dentro dos problemas de operação de sistemas. O algoritmo matemático permitiu analisar as variações nas vazões nos trechos ao longo do horizonte de 24 horas, atreladas ao perfil de consumo utilizado no problema.

Embora o problema apresente algumas relações não-lineares em seu equacionamento, o recurso de desacoplamento hidráulico, utilizando um processo iterativo mostrou-se eficiente e convergente, demonstrando assim ser possível a aplicação da programação linear.

A abordagem tradicional de seleção de alternativas para planejamento em sistemas de distribuição de água, baseada fundamentalmente na análise custo-benefício, tem cedido lugar a uma análise mais abrangente considerando múltiplos objetivos.

Agradecimentos

Este trabalho é parte de uma tese de doutoramento junto à Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP e vem contando com o suporte financeiro na forma de bolsa de doutorado oferecido pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP.

6. BIBLIOGRAFIA

Barbosa, P.S.F. (1997), Modelos de Programação Linear em Recursos Hídricos, In: PORTO, R.L.L., Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento de Recursos Hídricos, Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, p.97-163.

Brion, L.M., Mays, L.W. (1991), Methodology for Optimal Operation of Pumping Stations in Water Distribution Systems. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE. v.117, n.11, p.1551-1569.

Cabrera, E. (1997), Uso Eficiente del Agua. Directrices Y Herramientas (Efficient Use Rationale On Water. Guidelines and Tools), EURO water, Valencia, Espanha.

Francato, A.L. (1998), Relatório Científico - FAPESP, Projeto: Operação Multiobjetivo de Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água, Campinas, 88p.

- Kessler, A., Shamir, U. (1989), Analysis of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks, Water Resources Research, v.25, n.7, p.1469-1480.
- Lencastre, A., (1987), Handbook of Hydraulic Engineering, Ellis Horwood Series in CIVIL ENGINEERING, England, 540p.
- Levin, L. (1968), Formulaire des Conduites Forcées Oléoducs et Conduits D'Aération, Dunop, Paris, 116p.
- Ormsbee, L.E., Reddy, S.L. (1995), Nonlinear Heuristic For Pump Operations, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, p.302-309.
- Simonovic, S.P., (1998), A Systems Approach to Creative Water Resources Engineering, Curso CTH-USP, São Paulo, Brasil, 124p.
- Yang, S., Hsu, N.S., Louie, P.W.F., Yeh, W.W.G., (1996), Water Distribution Network Reliability: Connectivity Analysis, Journal of Infrastructure Systems, ASCE, v.2, n.2, p.54-64.

OPTIMUM OPERATION OF WATER SUPPLY URBANS SYSTEMS

Abstract. *The optimal management of water urban supply systems is a fundamental issue aiming at the social welfare. These systems have shown an increasing demand growth, at so high rates that goes beyond the forecasted demand and water supply capacity. The gap between water supply capacity and demand refers not only to chemical, physical and bacteriological quality but also to the frequency of satisfaction of demand. All these factors support the developement and application of mathematical models to obtain optimal operation rules aiming at an up-to-date water resources management. This research work shows an optimization model to operate water supply systems, using an interactive linear programming model with a special procedure to deal with non-linearities. The MINOS 5.1 optimization software is used. A case study is developed using a complete hydraulic network, including reservoirs, boosters, pipes and valves..*

Palavras-chave: *Systems optimization, Hydraulic network, Water Supply.*